

L'image d'un mathématicien comme une personne qui travaille toute seule n'a pas toujours été vraie. Les mathématiciens ont tendance à écrire à d'autres mathématiciens afin de résoudre des problèmes. Dans ces discussions il arrive qu'ils rivalisent pour démontrer un théorème ou qu'ils découvrent une idée d'importance. Ces disputes ont des conséquences pour l'héritage des mathématiciens, et l'histoire politique influence aussi comment les mathématiciens resteront dans la mémoire. Un exemple très fameux est celui du découvreur du calcul différentiel- Isaac Newton d'Angleterre et Gottfried Leibniz d'Allemand. Ils ont développé ce concept en même temps, et cette contestation était une dispute pas seulement entre les deux mathématiciens, mais aussi de tous les mathématiciens des deux pays. Un autre exemple, pas si amer, est celui du Français Jean le Rond d'Alembert et le Suisse-Allemand Leonhard Euler. Les deux étaient de grands mathématiciens du dix-huitième siècle. Euler est considéré actuellement comme l'un des meilleurs mathématiciens, mais les contributions d'Alembert sont perçues différemment en France et aux États Unis. En France, on fait référence à d'Alembert dans le domaine des mathématiques, même dans le théorème fondamental d'algèbre, qu'il failli démontrer. (Petrova) Par contre, aux États Unis, la règle de d'Alembert, qui était vraiment démontrée par d'Alembert et qui n'admet pas de discussion sur sa paternité, en revanche, s'est appelée le «ratio test.» Cela peut s'expliquer par ses différentes contributions à d'autres domaines non-mathématiques. Euler est connu comme mathématicien et homme scientifique; d'Alembert était un mathématicien français des Lumières. Par conséquent, Euler est connu comme mathématicien n'importe où, mais les contributions de d'Alembert sont liées à sa nationalité et son époque.

Biographie de d'Alembert

Le 17 novembre 1717, près de l'église de Saint-Jean-Lerond, on pouvait entendre les cris d'un bébé. Cet enfant s'appellerait Jean le Rond d'Alembert, et il deviendra l'un des meilleurs mathématiciens en Europe pendant le dix-huitième siècle. Jean le Rond d'Alembert était le fils naturel de Claudine Alexandrine Guérin de Tencin, une femme salonnière qui a abandonné le jeune enfant le jour après sa naissance; et pour son père c'est moins clair, mais tout indique que son père adoptif était Louis Camus Destouches. (Launay) Madame de Tencin ne voulait rien faire avec son fils, alors c'était Destouches qui l'a réclamé à l'orphanage. C'est Destouches qui s'est chargé de l'éducation du garçon, et Destouches qui lui a légué une somme après sa mort. (Bertrand) Madame de Tencin est allée jusqu'à ne jamais inviter d'Alembert à son salon, même quand elle a invité d'autres personnes des mêmes cercles que d'Alembert. (Launay) C'est Destouches qui a trouvé une nourrice, Madame Rousseau, née Étienne Gabrielle Ponthieux et qui est devenue comme une vraie mère pour d'Alembert. (Bertrand) On lui a donné le prénom « Jean le Rond » parce qu'il a été trouvé dans l'église du même nom, mais le nom « d'Alembert » était son choix, différent du nom « d'Aremberg » que son père et sa famille avait utilisé. (Bertrand) De plus, le nom « d'Aremberg » était celui de son père biologique, Léopold Philippe Charles Joseph d'Aremberg. (Launay) Quand même, ce n'était pas Madame de Tencin ou le duc de d'Aremberg qui ont élevé le jeune garçon, mais Madame Rousseau et Louis-Camus Destouches. Grâce à eux, d'Alembert a reçu une bonne éducation et l'argent pour poursuivre sa passion, les mathématiques.

Dans sa jeunesse, Jean Lerond a reçu des leçons dans son pensionnat Louis Barnabé Bérée, et quand il avait douze ans il a commencé ses études au collège des Quatre-Nations, un

collège pour les fils de gentilshommes. (Bertrand) Il a reçu son diplôme quand il avait 18 ans. Puis il a fait ses études en droit, mais il n'a jamais pratiqué, alors il s'est inscrit dans une école de médecine, mais il n'a jamais fini ses études là. (de Broglie) Pendant ce temps-là, la médecine ou le droit étaient considérés comme les meilleurs sujets/disciplines pour étudier, mais d'Alembert ne cessait jamais de faire les mathématiques. Même pendant ses études de médecine, il était distrait par les problèmes mathématiques, et enfin il a décidé de laisser tomber la médecine. (Bertrand) D'Alembert a écrit sa première remarque à l'Académie des Sciences en juillet 1749, l'année d'après il a écrit sur les mécaniques de fluides, et en 1742 il a reçu la place d'adjoint à l'Académie. (Bertrand) En 1746 il est élu Associé Géomètre, et il est nommé pensionnaire en 1765. (de Broglie) Pendant sa vie, il a été un membre connu dans les cercles des mathématiciens et dans l'Académie de Sciences. Il faisait les mathématiques, communiquait avec les gens connus, y compris le roi Frederik, et travaillait avec Denis Diderot pour diriger la publication de l'Encyclopédie. (Amir) Après l'année 1750, il était moins associé aux mathématiciens et il devenait de plus en plus philosophe et homme de lettres; en 1755 il est entré à l'Académie française, et il est devenu son secrétaire en 1772. (de Broglie) Il est mort le 29 octobre 1783 et, comme athée, il a été enterré dans une tombe non marquée. (Bertrand)

Comme homme scientifique, d'Alembert écrivait les oeuvres importants dans plusieurs domaines différents, en particulier les mathématiques, la physique, et l'astronomie. En 1746, d'Alembert a été la première personne qui a essayé de démontrer le théorème fondamental d'algèbre; son preuve avait tort, mais ses idées formaient une base pour la bonne preuve de Gauss, et pour cette raison le théorème fondamental d'algèbre est quelquefois appelé le «théorème de d'Alembert.» (Petrova) En 1749, d'Alembert a publié *Traité de dynamique*, où il a

énoncé son principe éponyme principe et résolu un type de systèmes mécaniques. (De Broglie)
Dans le calcul infinitésimal, il a créé et démontré sa règle pour déterminer quand la somme d'une série infinie est convergente. Il a fait les travaux sur la précession des équinoxes, et il a fait des calculs pour créer les tables lunaires. (De Broglie) Il a aussi écrit les sections mathématiques dans l'encyclopédie, et même si sa connaissance de la probabilité n'était pas bonne, l'édition a profité beaucoup d'avoir un mathématicien comme d'Alembert pour éditeur. (De Broglie)

Quand d'Alembert lit ses premières articles devant l'Académie des Sciences, c'est Alexis Clairaut qui a répondu au jeune mathématicien et l'a encouragé. (Bertrand) Mais les problèmes entre les deux ont bientôt commencé. Pendant le temps que d'Alembert a lu son *Traité de dynamique*, Clairaut commence à travailler sur le même sujet. (Alexander) La première personne qui arrive à prouver quelque chose devient un génie, le deuxième n'est rien. Dans son hâte pour être le premier à publier, d'Alembert a soumis une oeuvre plus obscure et avec plus d'erreurs que le manuscrit qu'il aurait pu soumettre s'il avait eu plus de temps. (Alexander) La controverse entre les deux ne finissait pas là-- jusqu'au décès de Clairaut en 1765, les deux continuaient à travailler les mêmes sujets au même temps. (Alexander) D'Alembert avait des disputes semblables avec d'autres mathématiciens de son époque, en particulier Daniel Bernoulli et Leonhard Euler. (Calinger) Une personne avec qui il avait toujours de bonnes relations était le roi Frédéric II de Prussie. Frédéric II aimait les manières du Français et son rôle comme mathématicien, mais comme philosophe aussi, et il a essayé pour quelques années de faire venir

d'Alembert à Berlin. (Alexander) Malheureusement pour Frédéric, d'Alembert était trop Français, et il ne voulait pas quitter Paris pour Berlin. (Alexander)

Biographie d'Euler

Leonhard Euler était né le 15 avril 1707 à Basel, Suisse. (Fellman) Ses parents étaient Paulus Euler, un pasteur qui avait étudié la théologie à l'université, et Margaretha Brucker Euler, la fille d'une ligne très éduquée et respectable. (Fellman) Ses études commencent à un *Gymnasium* où il étudie le latin et les classiques, et avec Johann Burckhardt, un tuteur qui lui a enseigné les mathématiques. (Calinger) Comme son père souhaitait, il s'est inscrit à la faculté de théologie à l'Université de Basel, mais au même temps il a assisté aux cours magistraux de Johann Bernoulli. (Fellman) Johann Bernoulli était le patriarche d'une famille scientifique, et il était considéré comme l'un des grands mathématiciens de son époque. Euler travaillait avec ce grand géomètre; il lisait d'abord les textes tout seul, et puis il parlait avec ce grand géomètre les samedis après-midis pour discuter les problèmes qu'Euler ne pouvait pas résoudre. (Calinger) Cela n'était pas la méthode traditionnelle pour apprendre, mais Euler a bien réussi, et bientôt il passait plus de temps avec les mathématiques qu'avec la théologie. Comme Euler lui-même a admis, «Par la suite, à la discrétion de ma famille, il faut que je m'inscrive à la faculté de théologie, car j'attendais m'appliquer seulement à la théologie, et non pas au grec et hébreu; cela, toutefois, ne va pas bien parce que j'ai consacré tout mon temps à mes études mathématiques.» (Fellman) Il a commencé aussi les études de médecine, et il était médecin pour la marine Russe pour quelques années, mais il a arrêté pour travailler à l'Académie impériale des beaux-arts à Saint Pétersbourg. (Calinger) Il est devenu le chaire des mathématiques en 1733, et en décembre de la même année il avait assez d'argent pour se marier avec Katharina Gsell. (Fellman) Les

deux ont eu 13 enfants, mais seulement 2 fils et 3 filles survivaient leurs enfances. (Calinger) En 1735, Euler a souffert d'une maladie grave, et trois années après il a perdu l'usage de son oeil droit à cause d'une maladie semblable. (Fellman) Euler est allée à Berlin en 1741, et après l'ouverture de l'Académie royale des sciences de Prussie en 1746, il a commence à y travailler. (Fellman) Euler n'avait ni la naissance noble ni les bonnes manières pour l'aristocratie prusse, et même s'il était très respecté dans les cercles mathématiques, il n'était pas aimé à la cour de Frédéric II. (Calinger) Les relations entre le roi Frédéric et Euler se dégradèrent, et en 1766 Euler a quitté Berlin pour retourner à Saint Pétersbourg. (Fellman) Il avait les problèmes de vue, et après une opération de cataracte en 1771, il est devenu presque complètement aveugle, mais il a continué de faire des calculs et dictait des articles jusqu'à sa mort le 18 septembre 1783. (Calinger)

Leonhard Euler était l'un des mathématicien le plus prolifique de son époque. Pendant sa vie, il a publié 866 oeuvres comprenant plus de 30.000 pages. (Klyve) Sans compter les lettres qu'il écrivait aux autres mathématiciens où il précisait les idées et problèmes mathématiques et physiques. En 1726, Euler, un jeune homme qui n'avait jamais vu??? un bateau sauf les cargos et les bacs, avait reçu un «Accessit,» un type de mention honorable dans un compétition publique pour trouver la meilleur methode pour mettre un mât d'un bateau. (Fellman) Pour Euler, les principes mathématiques étaient assez convaincants sans ressort à l'actualité physique. La plupart de ses études originaux commençait à Sainte Pétersbourg. Avec l'encouragement de Christian Goldbach, Euler étudiait la théorie des nombres et a trouvé gamma, une nombre qui est quelquefois appelé «le constant d'Euler» et qui est important pour l'analyse et la théorie de nombres, mais qui est même aujourd'hui mal comprise. (Calinger) En 1736, il a reçu la

reconnaissance quand il a publié *Mechanica*, un livre où il utilise les calculs différentiels et intégral pour résoudre les problèmes de physique. (Fellman) Aussi en 1736, le maire de Danzig a proposé à Euler un casse-tête: est-il possible pour quelqu'un de traverser chacun des sept ponts dans la ville de Königsberg sans répétition et se trouver où on a commencé? (Calinger) La solution d'Euler formait la base de la théorie des graphes, une branche des mathématiques moderne qui est active et importante, avec des liens aux autres branches des mathématiques et des sciences, comprenant la biologie, la psychologie, et la chimie. Johann Bernoulli lui a introduit les fonctions exponentielles, et en 1737 il a découvert sa formule merveilleuse que

$$e^{ix} = \cos(x) + i \sin(x) \quad . \text{ (Calinger) Il continuait de travailler à Berlin, avec plus de}$$

reconnaissance et les nouveaux sujets. Entre 1741 et 1766, Euler a écrit plus de 380 mémoires et livres. (Calinger) Il utilise le calcul intégral pour trouver les formules pour la courbe balistique pour modéliser la trajectoire d'un objet sphérique, un exercice avec l'utilité pour la guerre.

(Fellman) En 1744 il a publié le *Methodus inveniendi*, où il trouve les généralisations pour les problèmes des maximums et minimums des courbes et crée de nouvelles formules pour quelques problèmes. (Calinger) Il faisait les travaux en optique pour théoriser et construire un télescope réfracteur sans les fautes chromatiques. (Fellman) Il a même préfacé les idées de la topologie combinatoire avec la caractéristique d'Euler, une formule qui identifie les faces, les sommets, et les arêtes d'un polyèdre. (Calinger) Euler était plus qu'un mathématicien pur, mais comme mathématicien il a trouvé les résultats intéressants dans la théorie des nombres, il a vraiment avancé le calcul intégral et différentiel et ses utilisations qui étaient indisponibles pour notre compréhension des nombres complexes, et il a résolu les problèmes dans la théorie des graphes et la topologie combinatoire- deux branches des mathématiques qui n'existent pas avant

Euler. Néanmoins, malgré l'importance d'Euler, un bon nombre de ses oeuvres n'a jamais été traduite à l'anglais, et la plupart de sa correspondance, comprenant les lettres d'Euler à d'Alembert dans la première partie, n'étaient jamais traduite. (Klyve)

La Correspondance entre Euler et d'Alembert

Il y avait au moins 39 lettres entre Euler et d'Alembert, la plupart desquelles ont été écrites entre 1746 et 1751. ("Euler's") Euler et d'Alembert ont commencé leur correspondance en 1746, après que d'Alembert a reçu un prix par l'Académie de Berlin, sous la présidence d'Euler. (Roberts) Au début, la correspondance était amical, et il y avait un égard évident entre les deux, même quand ils se disputaient. Pour la plus grande partie de trois lettres, Euler a essayé de convaincre d'Alembert que les logarithmes des nombres négatifs ne pouvait pas être réel. D'Alembert n'était pas convaincu, Euler a fini par dire «Mais après que vous m'avez accordé autant, ces doutes ne favorisent pas trop votre sentiment, et il n'y a personne qui les saurait mieux résoudre que vous-mêmes.» et il a donné à d'Alembert un nouvelle question mathématique. ("Lettres") Cela démontre que, bien que d'Alembert ne soit pas convaincu par le bon raisonnement d'Euler, Euler gardait le respect pour les capacités mathématiques de d'Alembert. Néanmoins, les relations s'écroulaient en 1750 quand d'Alembert a soumis son mémoire «Essai d'une nouvelle théorie de la résistance des fluids» pour un prix de l'Académie de Berlin; Euler était encore le président de ce comité, mais même si les autres ont cru que d'Alembert a écrit le meilleur essai, Euler ne pensait pas que l'oeuvre a mérité le prix, alors personne ne l'a reçu. (Calinger) Les relations se détérioraient de plus en plus à cause des contestations de priorité. La plus grave contestation était sur les précessions des équinoxes- d'Alembert était le premier à résoudre ce problème en 1749 et après il a lu cette solution de

d'Alembert, Euler a écrit sa propre solution. La pièce d'Euler était plus courte et plus simple que celle de d'Alembert, mais Euler n'a pas seulement oublié de mentionner le travail de d'Alembert, il a aussi utilisé sa position comme éditeur des *Mémoires des Académie des Sciences de Berlin* pour publier son papier en l'édition pour 1749, bien qu'il ne le lise pas devant l'Académie jusqu'à 1750. (Roberts) En général, Euler était considéré comme une personne géniale et sans prétention qui ne s'occupait pas aux contestations des priorités, et d'Alembert était connu pour ses disputations avec les autres mathématiciens de son époque. (Calinger) Cependant, les actions d'Euler dans cette matière contredisent cette impression. La rupture causée par des insultes sur la résistance des fluides et la question de priorité dans la précession des équinoxes continuaient pour des années. À cause de cela, Euler et d'Alembert ne se sont pas écrits pour presque 12 années. ("Euler's") Leurs relations se sont améliorés un peu quand d'Alembert a refusé la présidence de l'Académie de Berlin et a recommandé à Frederick la position pour Euler. (Calinger) Néanmoins, les relations n'ont jamais repris leur tone aisément amical, et leurs contributions des mathématiques pourraient peut-être plus faible à cause de cette manque de communication.

Les Nombres Complexes

Le système de nombres a commencé avec les nombres naturels. Ils sont les nombres qu'on peut utiliser pour compter: 1, 2, 3, etc. Ils avaient été découverts dans la préhistoire, et ils sont utilisés pour l'arithmétique et les premières formules mathématiques. Dans les derniers siècles avant notre ère, le nombre 0 a commencé d'être utilisé en Babylonie et en Chine, et dans les premiers siècles de notre ère les nombres négatifs étaient utilisés pour la première fois. ("Histoire") Les nombres naturels, zéro, et les négatifs des nombres naturels se composent des

entiers: ...-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, ... Les entiers sont clos sous l'addition et la soustraction, c'est-à-dire qu'on peut choisir quelconque entier a et b et $a + b$ et $a - b$ sont les entiers. Cette propriété n'est pas vraie pour les nombres naturels.

La prochaine étape pour créer un système suffisamment complet est de développer les entiers pour qu'il soit clos sous la multiplication et la division. Pour cela faire, il faut créer les nombres rationnels de forme p/q , où p et q sont des entiers. Les nombres rationnels étaient utilisés par les grecs, et en 6^e siècle avant J.-C., Pythagore a découvert qu'il y avait les nombres qui n'étaient pas rationnels. ("Histoire") Tels nombres, comme $\sqrt{2}$, s'appellent les nombres irrationnels. Ensemble, les nombres rationnels et irrationnels sont les nombres réels, qui sont clos sur l'addition, la soustraction, la multiplication, et la division (sauf la division par 0).

Néanmoins, les nombres réels ne sont pas assez complets, car il y a les polynômes, comme $x^2 = -1$ qui est impossible de résoudre avec les nombres réels.

Au 16^e siècle, les mathématiciens Rafael Bombelli et Gerolamo Cardano ont aperçu cette omission et ont formulé les nombres complexes. ("Histoire") Un nombre imaginaire est la racine carrée d'un nombre négatif, et les nombres complexes sont les nombres imaginaires et les nombres réels ensemble. Les nombres complexes peuvent être écrits comme $a + bi$ où a et b sont les nombres réels et $i = \sqrt{-1}$. Avec les nombres complexes, notre système de nombres est suffisamment clos. On peut choisir un polynôme quelconque avec les nombres complexes, et la solution est toujours dans les nombres complexes. Cette propriété est décrite dans le théorème fondamental d'algèbre qui dit que tout polynôme de degré n à coefficients complexes, admet précisément n racines. Le théorème fondamental avait ses origines dans le 16^e siècle, mais d'Alembert était la première personne qui a essayé de le démontrer. (Study) Les nombres

complexes sont à la fois utiles et intéressants, mais parce qu'ils semblent si abstraits, ils ne sont pas acceptés immédiatement. Pendant la moitié du 18^è siècle, de plus et plus de mathématiciens ont commencé à les accepter, mais ils ne sont pas complètement compréhensibles, et l'étude des nombres complexes était une discipline active des mathématiques.

En 1748, Euler a démontré que $e^{ix} = \cos(x) + i\sin(x)$, et cette équation peut être utilisée pour écrire les nombres complexes dans une façon différente. (Study) En particulier, soit $x = \pi$ et on a que $e^{i\pi} = \cos(\pi) + i\sin(\pi) = -1$ ou que $e^{i\pi} + 1 = 0$. Cette identité, l'identité d'Euler, est considérée la plus belle équation dans toutes les mathématiques et, comme Cédric Villani, un mathématicien contemporain et médaille Fields, a expliqué que « C'est la combinaison improbable de ces cinq constantes qui rend belle cette équation. » (Deleselle) évidemment 0 et 1 sont deux entiers très importants, e et π sont les nombres réels qui appartiennent à beaucoup des équations mathématiques, et i est le plus simple nombre imaginaire; néanmoins, quand Euler écrit cette équation merveilleuse, il a besoin de définir e et π , et il utilise $\sqrt{-1}$ au lieu de i . (Lettres)

L'identité d'Euler n'est pas simplement belle, mais elle est utile aussi. Grâce à l'équation d'Euler, on peut exprimer n'importe quel nombre complexe dans la forme e^{ix} , et on peut l'utiliser pour trouver les racines d'unité, comme Euler fait quand il écrit à d'Alembert. Euler a publié son équation éponyme en 1748, (Study) mais il a écrit à d'Alembert une lettre qui utilise les conséquences en avril 1747. (Lettres) On peut voir ici l'importance des lettres et des correspondances sur les mathématiques, car les lettres d'Euler précèdent la publication officielle, et donne un différent type d'explication, moins formel qu'un article, mais intéressant tout de même.

Conclusion

Malgré la rupture entre Euler et d'Alembert, les deux avaient une correspondance intéressante, et les deux ont profité bien par les idées de l'autre qu'ils ont lu dans les lettres. De plus, la correspondance et les vies de d'Alembert et Euler peut fournir une explication des raisons pour lesquelles d'Alembert est plus connu en France qu'aux États Unis. Les héritages d'Euler et d'Alembert sont comme leurs vies. Euler était mathématicien, et tous les mathématiciens connaissent son nom et ses contributions, mais hors du monde mathématique, il est inconnu. Il ne vient pas d'un seul pays, car il habitait dans trois pays différents, et il semble qu'il ne soit attaché à aucun en particulier. Par contre, d'Alembert était philosophe et mathématicien, et il passait toute sa vie en France. Il a fait des contributions aux mathématiques, mais il est connu aussi comme un Français des Lumières, de son époque, et son héritage est vu dans l'optique de son pays.

Bibliographie

- Alexander, Amir. *Duel at Dawn*. Harvard University Press, 2010.
- Bertrand, Joseph. D'Alembert. Ligarán, 2016. EBSCOhost, search.ebscohost.com/login.aspx?direct=true&AuthType=cookie,ip,cpid&custid=s8487309&db=nlebk&AN=1259201&site=ehost-live&scope=site.
- Bradley, Robert E. "The Nodding Sphere and the Bird's Beak: D'Alembert's Dispute with Euler." *Convergence*. July 2012.
- de Broglie, Louis (1951). Un mathématicien, homme de lettres : d'Alembert. *Revue d'Histoire des Sciences* 4 (3-4):204-212.
- Calinger, R.S. "Leonhard Euler: Life and Thought" in *Leonhard Euler: Life, Work and Legacy*. Elsevier: Amsterdam, the Netherlands, 2007.
- Delesalle, Nicholas. "L'identité d'Euler, le plus sexy des formules mathématiques." *Télérama*. 1 Jan. 2015. <http://www.telerama.fr/idees/l-identite-d-euler-la-plus-sexy-des-formules-mathematiques.120975.php>
- "Euler's Correspondance with Jean le Rond d'Alembert." Euler Archive. <http://eulerarchive.maa.org/correspondence/correspondents/d%27Alembert.html>.
- Fellman, Emil A. *Leonhard Euler*. Birkhauser Verlag: Basel, Switzerland, 2007.
- Launay, Françoise. « Les identités de D'Alembert », *Recherches sur Diderot et sur l'Encyclopédie* [En ligne], 47 | 2012, mis en ligne le 02 septembre 2013, consulté le 11 avril 2017. URL : <http://rde.revues.org/4949> ; DOI : 10.4000/rde.4949
- Lettres Inédites d'Euler à d'Alembert. *Bulletino di Bibliografia di Storia, Tomo XIX*. Rome, 1886.
- Klyve, Dominic et Stemkoski, Lee. "The Euler Archive: Giving Euler to the World." in *Euler at 300: An Appreciation*. Mathematical Association of America, United States, 2007.
- Petrova, S.S. « Sur l'histoire des démonstrations analytiques du théorème fondamental de l'algèbre », *Historia Mathematica*, Volume 1, Issue 3, 1974, Pages 255-261, ISSN 0315-0860, [http://dx.doi.org/10.1016/0315-0860\(74\)90062-7](http://dx.doi.org/10.1016/0315-0860(74)90062-7)
- q(<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0315086074900627>)
- Study, E. et Cartan, E. "Les nombres complexes." *Ency. Sci. Math.*, vol 1, t. 1, 1908. Pg 107-141.
- "Une Histoire des nombres." *Math93.com: Une Histoire des mathématiques*. 4 Sep. 2012. <http://www.math93.com/index.php/histoire-des-maths/histoire-des-nombres/154-histoire-des-nombres>.